古くて新しいスキューズ数への挑戦

理学部 応用数学科・澤江 隆一，森 義之

Keywords: 素数分布、対数積分、並列計算

１．研究目的

素数は現代社会に於いて情報のセキュリティで重要な役目を果たしており、必要不可欠なものとなっている。その素数の分布に関係する素数計数関数 $\pi(x)$ と対数積分

$$\mathrm{li}(x) = \lim_{\varepsilon \to 0+} \left(\int_0^{1-\varepsilon} \frac{dt}{\ln t} + \int_{1+\varepsilon}^{x} \frac{dt}{\ln t} \right).$$

それらの漸近的に等しい関数の比較で、歴史上の天才数学者ガウスとリーマンは $li(x) > \pi(x)$ であろうと誤った予想を行った。　そらから１００年あまり後の１９３３年に、スキューズと言う数学者が $\pi(x) > li(x)$ となる自然数 x の存在を具体的に示し、そしてその最小の自然数はスキューズ数と呼ばれることとなった。

２．スキューズ数の下限の改良への挑戦

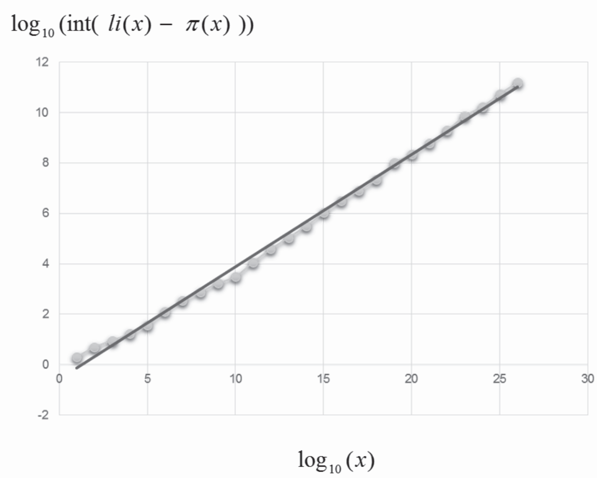
現在まで行われて来ている研究で海外も含めた研究結果としまして、スキューズ数 x は $10^{19} < x < 6.6587 \times 10^{152}$ の範囲にあることが知られています。

右図は、差 $li(x) - \pi(x)$ の表です。

この表を見る限り、**スキューズ数の下限は現在の研究で判明している** 10^{19} より大きいだろうと推察される。

これは推察であり、数学的に正しいとの証明ではないので、計算機を用いた並列計算、整数論アルゴリズムとエラトステネスの篩の改良で正しいことの実証への挑戦を行っている。

2	10
5	10^{2}
9	10^{3}
17	10^{4}
37	10^{5}
129	10^{6}
339	10^{7}
754	10^{8}
1,700	10^{9}
3,103	10^{10}
11,587	10^{11}
38,262	10^{12}
108,971	10^{13}
314,889	10^{14}
1,052,618	10^{15}
3,214,631	10^{16}
7,956,588	10^{17}
21,949,555	10^{18}
99,877,775	10^{19}
222,744,643	10^{20}
597,394,254	10^{21}
1,932,355,208	10^{22}
7,250,186,215	10^{23}
17,146,907,278	10^{24}
55,160,980,939	10^{25}
155,891,678,120	10^{26}



３．結果とその意義

この結果は、スキューズ数の決定までにはまだ遠いながら８０年以上前から研究されていて未解決の問題である。計算機が発展により下限の改良が進められているなかで、この結果は数論的計算アルゴリズム研究に一石を投じる結果となる。最終的にスキューズ数を決定すれば、数学の慣例として、「スキューズ」数の名前が決定した人の名前となる。

連絡先 TEL: 086-256-9441, FAX: 086-255-0238, E-mail: sawae@xmath.ous.ac.jp